

Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Беспалов Владимир Александрович
Должность: Ректор МИЭТ
Дата подписания: 01.09.2023 12:03:21
Уникальный программный ключ:
ef5a4fe6ed0ffdf3f1a49d6ad1b49464dc1bf7354f73bd76c8f8bea882b8d802

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
«Национальный исследовательский университет
«Московский институт электронной техники»

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе
И.Г. Игнатова
«27» 2020 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

«Функциональный анализ»

Направление подготовки - 01.04.04 «Прикладная математика»

Направленность (профиль) - «Цифровая обработка сигналов и изображений»

Направленность (профиль) – «Математические методы и моделирование в естественнонаучной и технической сферах»

1. ПЕРЕЧЕНЬ ПЛАНИРУЕМЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ

Дисциплина участвует в формировании следующих компетенций образовательных программ:

Компетенции, формируемые в дисциплине	Подкомпетенции, формируемые в дисциплине	Индикаторы достижения компетенций
ОПК-2: Способен разрабатывать и развивать математические методы моделирования объектов, процессов и систем в области профессиональной деятельности	ОПК-2 Функциональный анализ. Способен использовать понятия и положения функционального анализа в смежных математических дисциплинах	Знает основные понятия функционального анализа: функциональные пространства, функционал, мера и интеграл Лебега. Умеет находить меры различных множеств, использовать понятия функциональных пространств для решения дифференциальных и интегральных уравнений. Имеет опыт использования понятий меры, банахова и гильбертова пространств, операторов различных типов в смежных математических дисциплинах.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ

Дисциплина входит в обязательную часть Блока 1 «Дисциплины (модули)» образовательной программы.

Входные требования к дисциплине: для изучения дисциплины необходимо владение базовыми знаниями и умениями в области математического анализа, линейной алгебры, теории функций комплексной переменной, дифференциальных уравнений.

3. ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ВИДЫ УЧЕБНОЙ РАБОТЫ

Курс	Семестр	Общая трудоёмкость (ЗЕ)	Общая трудоёмкость (часы)	Контактная работа			Самостоятельная работа (часы)	Промежуточная аттестация
				Лекции (часы)	Лабораторные работы (часы)	Практические занятия (часы)		
1	1	4	144	-	-	48	60	Эк (36)

4. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ и наименование модуля	Контактная работа			Самостоятельная работа	Формы текущего контроля
	Лекции (часы)	Лабораторные работы (часы)	Практические занятия (часы)		
1. Полнота. Интеграл Лебега	-	-	12	15	Контроль выполнения Большого домашнего задания 1 (БДЗ 1)
2. Банаховы и гильбертовы пространства. Линейные операторы и функционалы	-	-	16	20	Контроль выполнения Большого домашнего задания 2 (БДЗ 2) Контроль выполнения Большого домашнего задания 3 (БДЗ 3)
3. Компактные операторы и функционалы	-	-	20	25	Контроль выполнения Большого домашнего задания 4 (БДЗ 4) Контроль выполнения Большого домашнего задания 5 (БДЗ 5)

4.1. Лекционные занятия

Не предусмотрены

4.2. Практические занятия

№ модуля дисциплины	№ практического занятия	Объем занятий (часы)	Краткое содержание
1	1	2	Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений. Разобрать примеры пространств непрерывных функций с двумя различными метриками: максимального отклонения и среднего отклонения. Выяснить, будут ли они полными. Продемонстрировать принцип сжимающих отображений на примере алгебраических уравнений, а также на примере задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
	2	2	Пополнение. Примеры пополнений: пространство рациональных чисел, действительные числа с нестандартными метриками, пространство многочленов с метрикой максимального отклонения.

			Лемма Гейне-Бореля о покрытиях.
	3	2	Верхняя мера Лебега, измеримость множеств. Сравнение верхней меры Лебега и Жордана. Вычисление этих величин для множества рациональных чисел отрезка $[0,1]$. Измеримость Канторова множества и его мера. Борелевские множества, примеры. Измеримые функции, измеримость непрерывных функций.
	4	2	Интеграл Лебега, сравнение с интегралом Римана. Интегральные суммы Римана и Лебега, их вычисление для функции Дирихле. Простые функции, аккуратное определение интеграла Лебега
	5	2	Предельный переход в интеграле Лебега. Сходимость в среднем и сходимость почти всюду, соотношения между ними. Теорема Лебега. Счетная аддитивность интеграла.
	6	2	Пространство Лебега как пополнение пространства непрерывных функций по метрике среднего отклонения. Из последовательности, сходящейся в среднем, выделить подпоследовательность, сходящуюся почти всюду. Плотность множества многочленов и ступенчатых функций в пространстве Лебега.
2	7	2	Нормированные и банаховы пространства. Единичный шар в нормированных пространствах, его выпуклость. Примеры эквивалентных и неэквивалентных норм в пространствах последовательностей и функций.
	8	2	Пространства l_p и L_p. Гильбертовы пространства. Подпространства банаховых пространств. Примеры. Равенство параллелограмма – необходимое и достаточное условие гильбертова пространства.
	9	2	Ортогональность. Ряды Фурье. Ортогональное дополнение, его замкнутость. Двойное ортогональное дополнение. Ортогонализация. Полиномы Эрмита.
	10	2	Линейные ограниченные операторы и функционалы. Примеры операторов и функционалов, вычисление норм.
	11	2	Продолжение функционалов с сохранением нормы. Оценки норм интегральных операторов.
	12	2	Сопряженные пространства и операторы. Рефлексивность, примеры. Сопряженные операторы, их нахождение. Ядро и образ оператора.
	13	2	Сопряженность и самосопряженность в гильбертовом пространстве. Свойства собственных значений и собственных функций самосопряженных операторов, приводимость.
	14	2	Квадратичные формы. Сильная и слабая сходимость, примеры.
3	15	2	Компактные множества и операторы. Некомпактность единичного шара в бесконечномерном гильбертовом пространства.
	16	2	Компактные операторы как идеал в множестве ограниченных операторов. Замкнутость относительно равномерной сходимости.

	17	2	Теория Фредгольма. Решение интегральных уравнений с вырожденным ядром.
	18	2	Иллюстрация теорем Фредгольма на примерах уравнений с выраженным ядром.
	19	2	Нахождение собственных значений и собственных функций интегральных операторов с вырожденным ядром.
	20	2	Теория Гильберта-Шмидта. Задача об экстремуме квадратичного функционала для компактного самосопряженного оператора.
	21	2	Теория Гильберта-Шмидта в применении к вычислению нормы.
	22	4	Задача Штурма-Лиувилля. Функция Грина задачи Штурма-Лиувилля.
	23	2	Сведение к интегральному уравнению, задачи Штурма-Лиувилля.
	24	2	Примеры вычисления спектра задачи Штурма-Лиувилля и соответствующего интегрального оператора.

4.3. Лабораторные работы

Не предусмотрены

4.4. Самостоятельная работа студентов

№ модуля дисциплины	Объем занятий (часы)	Вид СРС
1	6	Выполнение текущих заданий по темам практических занятий 1-6
	9	Выполнение индивидуальных заданий БДЗ 1
2	8	Выполнение текущих заданий по темам практических занятий 7-14.
	6	Выполнение индивидуальных заданий БДЗ 2
	6	Выполнение индивидуальных заданий БДЗ 3
3	11	Выполнение текущих заданий по темам практических занятий 15-24
	7	Выполнение индивидуальных заданий БДЗ 4
	7	Выполнение индивидуальных заданий БДЗ 5

4.5. Примерная тематика курсовых работ (проектов)

Не предусмотрены

5. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ ДЛЯ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ

Учебно-методическое обеспечение для самостоятельной работы студентов в составе УМК дисциплины (ОРИОКС// URL: , <http://orioks.miet.ru/>):

Общее

✓ Методические указания студентам по изучению дисциплины

Модуль 1 «Полнота. Интеграл Лебега»

- ✓ Материалы для самостоятельного изучения теории в рамках выполнения большого домашнего задания 1.
- ✓ Материалы для самостоятельной работы на практических занятиях (включают подробные планы работы на практических занятиях)

Модуль 2 «Банаховы и гильбертовы пространства. Линейные операторы и функционалы»

- ✓ Материалы для самостоятельного изучения теории в рамках выполнения больших домашних заданий.
- ✓ Материалы для самостоятельной работы на практических занятиях (включают подробные планы работы на практических занятиях)

Модуль 3 «Компактные операторы и функционалы»

- ✓ Материалы для самостоятельного изучения теории в рамках выполнения больших домашних заданий.
- ✓ Материалы для самостоятельной работы на практических занятиях (включают подробные планы работы на практических занятиях)

6. ПЕРЕЧЕНЬ УЧЕБНОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

Литература

- 1 Треногин В.А. Функциональный анализ : Учебник / В.А. Треногин. - 3-е изд., испр. - М. : Физматлит, 2002. - 448 с.
- 2 Гуревич, А. П. Сборник задач по функциональному анализу: учебное пособие / А. П. Гуревич, В. В. Корнев, А. П. Хромов. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 192 с. - (Учебники для вузов. Специальная литература). - URL: <https://e.lanbook.com/book/3175> (дата обращения: 05.09.2020).
- 3 Миротин А.Р. Функциональный анализ: Мера и интеграл: Учеб. пособие / А.Р. Миротин. - 2-е изд. - М. : URSS. ЛИБРОКОМ, 2013.

Периодические издания

1. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ / Российская академия наук, ФГБУН Математический институт им. В.А. Стеклова РАН. - М. : ФГБУН МИ им. В.А. Стеклова РАН, 1967 -. - <http://www.mathnet.ru/faa> (дата обращения: 18.03.2020). - Режим доступа: свободный. - ISSN 0374-1990 (print), 2305-2899 (online). - Текст : электронный

7. ПЕРЕЧЕНЬ ПРОФЕССИОНАЛЬНЫХ БАЗ ДАННЫХ, ИНФОРМАЦИОННЫХ СПРАВОЧНЫХ СИСТЕМ

1. Лань : Электронно-библиотечная система Издательства Лань. - СПб., 2011-. - URL: <https://e.lanbook.com> (дата обращения: 28.09.2020). - Режим доступа: для авторизованных пользователей МИЭТ
2. eLIBRARY.RU : Научная электронная библиотека: сайт. - Москва, 2000 -. - URL: <https://www.elibrary.ru/defaultx.asp> (дата обращения: 05.09.2020). - Режим доступа: для зарегистрированных пользователей
3. Math-Net.Ru: общероссийский математический портал: сайт. – Москва, Математический институт им. В. А. Стеклова РАН, 2020. –

URL: <http://www.mathnet.ru/> (дата обращения: 06.04.2020). – Режим доступа: для зарегистрированных пользователей.

8. ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

В ходе реализации обучения используется **смешанное обучение**, основанное на интеграции технологий традиционного и электронного обучения, замещении части традиционных учебных форм занятий формами и видами взаимодействия в электронной образовательной среде. С этой целью для освоения образовательной программы применяются ресурсы электронной информационно-образовательной среды ОРИОКС <http://orioks.miet.ru>.

В частности, для взаимодействия преподавателя со студентом с целью оперативного консультирования по вопросам текущих домашних заданий и теоретического материала в случае необходимости используется раздел «Домашние задания» среды ОРИОКС. Через ОРИОКС студенты имеют доступ к теоретическим сведениям по темам курса и к разработкам по практическим занятиям, содержащим необходимый теоретический материал и разбор решений задач.

Для взаимодействия студентов с преподавателем также используются электронная почта.

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Наименование учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность учебных аудиторий и помещений для самостоятельной работы	Перечень программного обеспечения
Учебная аудитория	Учебная доска Специального оснащения не требуется	ПО не требуется
Помещение для самостоятельной работы обучающихся	Компьютерная техника с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду МИЭТ	Операционная система Microsoft Windows от 7 версии и выше, Microsoft Office Professional Plus или Open Office, браузер (Firefox, Google Chrome); Acrobat reader DC

10. ФОНДЫ ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕРКИ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ/ПОДКОМПЕТЕНЦИЙ

ФОС по подкомпетенции ОПК-2 ФункАн. Способен использовать понятия и положения функционального анализа в смежных математических дисциплинах.

Фонд оценочных средств представлен отдельным документом и размещен в составе УМК дисциплины электронной информационной образовательной среды ОРИОКС// URL: <http://orioks.miet.ru/>.

11. МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ДЛЯ ОБУЧАЮЩИХСЯ ПО ОСВОЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

11.1. Особенности организации процесса обучения

Практические занятия проводятся контактно в соответствии с расписанием (3 часа практических занятий в неделю). Посещение практических занятий обязательно. Дополнительной формой контактной работы являются консультации. Консультации проводятся преподавателем еженедельно, их посещать необязательно.

В период изучения дисциплины студентам предоставляется в электронном виде учебно-методические материалы (перечень приведен в разделе 5), а также «Методические рекомендации студентам по изучению дисциплины» (включающие подробное описание организации процесса обучения, системы контроля и оценивания). Материалы размещаются в ОРИОКС по адресу <http://orioks.miet.ru>.

Большое значение придается соблюдению сроков сдачи контрольных мероприятий. Задержка в сдаче приводит к уменьшению числа баллов, начисляемых за выполнение (соответствующие правила прописаны в «Методических рекомендациях студентам по изучению дисциплины»).

11.2. Система контроля и оценивания

Для оценки успеваемости студентов по дисциплине используется накопительная балльная система.

Баллами оцениваются: выполнение каждого контрольного мероприятия в семестре, активность в семестре, сдача экзамена. По сумме баллов выставляется итоговая оценка по предмету. Описание структуры и график контрольных мероприятий доступны в ОРИОКС// URL: <http://orioks.miet.ru/>.

РАЗРАБОТЧИК:

Доцент каф. ВМ-1, к.ф.-м.н., доцент



/С.Я. Хахалин/

Рабочая программа дисциплины «Функциональный анализ» по направлению подготовки 01.04.04 «Прикладная математика», направленности (профили) «Цифровая обработка сигналов и изображений», «Математические методы и моделирование в естественнонаучной и технической сферах», разработана на кафедре ВМ-1 и утверждена на заседании кафедры 10.11 2020 года, протокол № 3

Заведующий кафедрой ВМ-1  /А.А. Прокофьев/

ЛИСТ СОГЛАСОВАНИЯ

Рабочая программа согласована с Центром подготовки к аккредитации и независимой оценки качества

Начальник АНОК  / И.М. Никулина /

Рабочая программа согласована с библиотекой МИЭТ

/Директор библиотеки  / Т.П. Филипова /